

课题02 电磁阻尼

I 研究简介

电磁阻尼：一个由弹簧悬挂的磁铁在释放后表现出简谐运动，若磁铁在连有电阻的线圈内振动，其运动将会受到阻尼。

研究内容：探究欠阻尼的影响因素。

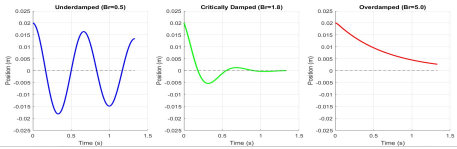


图1 阻尼的分类，依次为欠阻尼、临界阻尼和过阻尼。

II 预实验

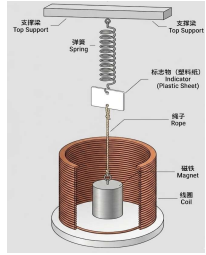
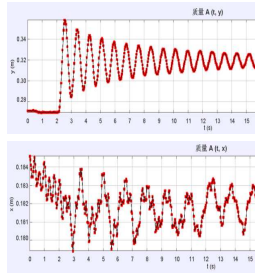


图2 预实验装置示意图



竖直方向：
与指数衰减的正弦函数拟合良好，初步猜想阻尼力与速度成正比。

水平方向：
晃动明显，可能对于实验结果造成影响，需改进。

III 理论分析

① 空气阻力对磁铁运动过程的影响

由于磁体的最大运动速度为 $0.05 \text{ m/s}^{[1]}$ (低速)，可认为空气阻力与速度成正比，此时对照组竖直方向位移随时间的变化可以写作：

$$z(t) = A_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega_d t + \varphi)$$

使用该函数拟合位移随时间变化的曲线可得阻尼系数 $\gamma = 0.00624(2) \text{ s}^{-1}$ 。

② 均匀磁化的圆柱形磁体的磁场分布

设磁铁为半径 a 、长度 l 的均匀磁化圆柱体，磁化强度为 M 。则柱坐标下，任一点轴向强磁场可表示为^[2]：

$$B_z(\rho, z) = \frac{\mu_0 M}{4\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \int_0^{2\pi} \int_0^a \frac{z-z'}{[\rho^2 + a^2 - 2a\rho \cos\varphi' + (z-z')^2]^{3/2}} a da' d\varphi'$$

积分得单层线圈的磁通量：

$$\Phi(z) = \int_A B_z(\rho, z) dA = \int_0^{2\pi} \int_0^a B_z(\rho, z) \rho d\rho d\varphi$$

③ 电路结构分析 (以两层线圈为例)

单层线圈的磁通链可写作：

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &= N_1 \Phi_{1, \text{mag}} + L_1 I_1 + M I_2 \\ \Lambda_2 &= N_2 \Phi_{2, \text{mag}} + L_2 I_2 + M I_1 \end{aligned}$$

由基尔霍夫分压定律可知：

$$\begin{cases} L_1 \frac{dI_1}{dt} + M \frac{dI_2}{dt} + R_1 I_1 = -N_1 \frac{d\Phi_{1, \text{mag}}}{dt} \\ L_2 \frac{dI_2}{dt} + M \frac{dI_1}{dt} + R_2 I_2 = -N_2 \frac{d\Phi_{2, \text{mag}}}{dt} \end{cases}$$

L_1, L_2 为自感系数， M 为互感系数。在自感、互感系数均远小于电阻时，可忽略自感和互感对总磁通变化的影响。

④ 阻尼力的推导和运动公式

设磁铁质量为 m ，弹簧劲度系数为 k ，机械本征阻尼为 C_m ，位移标为 $z(t)$ ，线圈匝数为 N ，等效总电阻 R_{tot} 。

由电磁感应定律，阻尼力可写作：

$$F_{\text{em}} = -\frac{N^2}{R_{\text{tot}}} \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^2 \dot{z}$$

影响阻尼力的因素：
匝数、总电阻、磁通量梯度、速度等。

影响磁通量梯度的因素：
线圈线径长度半径、磁铁的磁场分布、竖直方向的位移变化。

总运动方程为：

$$m\ddot{z} + (c_m + c_e(z))\dot{z} + kz = 0$$

⑤ 磁通量、磁通量变化率、阻尼力在运动过程的变化情况

情况1：磁铁平衡位置在线圈中心
从位移最大处释放后的1/4周期中，磁通量不断变大，磁通量变化率减小到0，磁铁受到的阻尼力先变大再变小。全周期变化如下图所示。

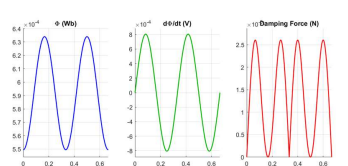
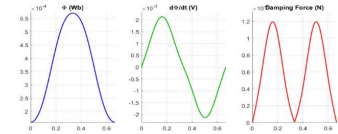


图3 磁感应强度梯度随磁铁位置变化

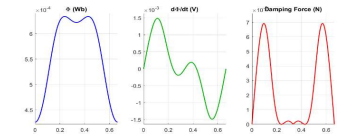
情况2：磁铁平衡位置在线圈顶端

从位移最大处释放后的1/4周期中，磁通量、磁通量变化率增大到最大值，磁铁受到的阻尼力不断变大。全周期变化如下图所示。



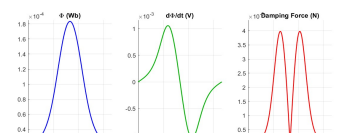
情况3：磁铁平衡位置介于顶端和中心之间

从位移最大处释放后的1/4周期中，磁通量、磁通量变化率均先变大后变小，磁铁受到的阻尼力也先变大再变小，在运动过程中分别取到极值点。全周期变化如下图所示。

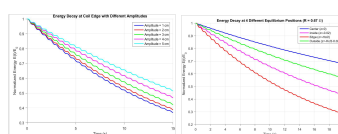


情况4：磁铁平衡位置在线圈外

从位移最大处释放后的1/4周期中，磁通量不断变大，磁通量变化率，磁铁受到的阻尼力开始时变大，后续趋势由振幅和平衡位置所确定。全周期变化如下图所示。



⑥ 运动过程中的能量衰减图像



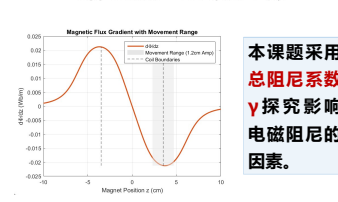
线圈平衡位置在线圈顶端，改变振幅，振幅不变，改变平衡位置

⑦ 阻尼力线性近似

考察磁铁在不同位置处的磁通量梯度随位置的变化关系，可得当磁铁中心位于线圈顶端时，此时磁通量梯度最大，磁通量梯度关于位置的导数为0，因此磁通量梯度变化较小，当振幅较小时，此时磁通量梯度可在磁铁运动过程中近似为常数。

欠阻尼情况下，位移随时间变化关系为：

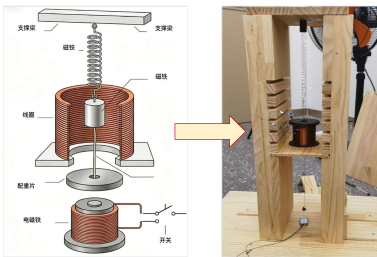
$$z(t) = A_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega_d t + \varphi)$$



本课题采用总阻尼系数 γ 探究影响电磁阻尼的因素。

IV 实验与探究

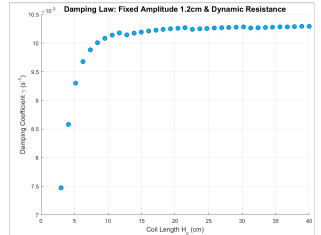
① 实验装置



- 将金属架子替换为木制架子，避免磁性材料影响实验，制作夹层、隔板、多层之间不相连的线圈以验证诸多因素。
- 采用电磁铁释放，减少磁铁水平运动对本实验的影响。
- 实验取振幅 1.2 cm ，通过理论计算，此时磁通量梯度最大相对变化量为 7% ，近似磁通量梯度恒定。

② 对长度改变对于阻尼系数的影响 (理论模拟)

当电阻大小不发生改变时，线圈长度越长，阻尼系数越大。但是当线圈长度很长时，其末端线圈切割磁感线很少，因此几乎不影响感应电动势以及阻尼力。此定性的推导可以由理论模拟证明。如右图所示。取磁铁质量为 12.3 g ，半径为 3 mm ，高度为 0.05 T ，剩余磁感应强度为 1.013 T ，单层线圈内径为 0.02 m ，线径 1 mm ，电阻保持为 5Ω 。此时可得，当线圈长度大于 10 cm 时，其对阻尼系数的影响小于 5% ，可见此时采用更长的线圈几乎不改变电磁阻尼的效果。



③ 实验过程及分析

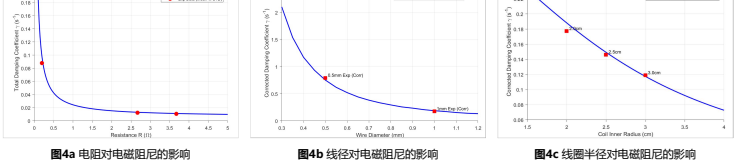
采用单层线圈分别改变电阻 (图4a)、线径 (图4b)、线圈半径 (图4c)，测量运动过程中总阻尼系数 (红点)，并于理论计算的结果 (蓝线) 相比较。

- 改变电阻实验中，考虑总阻尼系数随电阻大小的变化，并不是反比关系。
- 探究线径和线圈半径的影响时，电阻均修正为 0.1Ω 便于比较。
- 实验中控制线圈高度相同，因此匝数和线径成反比。

图4a 电阻对电磁阻尼的影响

图4b 线径对电磁阻尼的影响

图4c 线圈半径对电磁阻尼的影响



探究线圈之间相互作用，测量两层线圈分别

闭合时的阻尼系数和两层线圈串联的阻尼系数 (绕线方式相同)，与单独闭合线圈的阻尼系数之和相比较，结果如表所示。

次数/阻尼系数/闭合线圈	内	中	内+中	内串联中
总平均阻尼系数	0.0878	0.0597	0.1378	0.1236
电磁阻尼系数	0.0816	0.0535	0.1316	0.1174

通过数据可得两个结论：

- 内层线圈和中层线圈分别闭合时，效果与一层线圈的阻尼效果线性叠加类似。说明本实验中，线圈的电磁屏蔽不明显。
- 串联的双层线圈阻尼效果小于线圈分别闭合的阻尼效果。

讨论内层和中层线圈串联以及两层线圈分别闭合的阻尼效果。从能量的角度：



用电功率反映阻尼效果大小关系：
在磁铁运动轨迹相近的情况下，两种情况中的电动势 E_1, E_2 近似相等

$$P_{\text{ind}} = \frac{E_1^2}{R_1} + \frac{E_2^2}{R_2} > P_{\text{series}} = \frac{(E_1 + E_2)^2}{R_1 + R_2}$$

V 总结

- 对磁通量梯度近似常数的情况拟合为阻尼振动，并得出其振动方程；
- 对阻尼力和阻尼系数的理论推导公式进行实验验证，实验数据可重复性较高，误差较小；
- 采用不同方法 (如能量分析、阻尼系数验证等) 对磁通量梯度是否近似为常数的情况进行分析；
- 改进了实验装置使得实验所得数据可重复性更高。

参考文献：

- Geddes S M. Motion in a straight line [M]. Advanced Physics. Palgrave, London, 1981: 94-105.
- Derby N, Olbert S. Cylindrical magnets and ideal solenoids [J]. American Journal of Physics, 2010, 78(3): 229-235.